

超声速回转面叶栅前激波形状的计算

中国科学院工程热物理所 华耀南

摘 要

本文从基本方程出发,推导出回转面上特征线方程和特征相容关系的表达式。对西德 DFVLR 的单级跨声速实验压气机叶的三个超声速截面进行了计算。计算表明:本方法能有效快速地算出回转面叶栅前脱体曲激波形状,并能同时求得超声进口区流场和唯一攻角。

一、前 言

在跨声速压气机中,气流相对于叶片的速度在叶尖部分的 Ma 数可达到 1.5 左右或更高一些。超声速气流流过叶栅时,在栅前形成脱体弓形波系,如图 1 所示,气流穿过这些曲激波和一系列的压缩波、膨胀波,进入叶栅通道,然后再经过一个(或多个)通道激波,流向叶栅后方。精确地确定栅前脱体激波的形状和位置,对精确计算超跨声速压气机叶栅流场、精确地确定唯一攻角和对跨声叶栅拟合通道激波形状(如文献 [1] 所作的工作),以及对超声速叶栅风洞的设计计算都具有重要的现实意义。

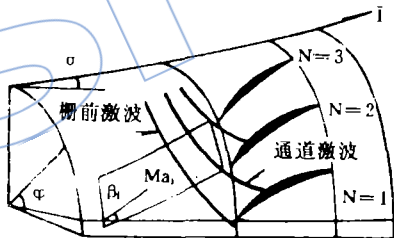


图1 超声速回转面叶栅激波系示意图

对栅前脱体激波形状的精确计算,到目前为止,在国内外还没有一个满意的方法,一般在跨声流场计算中常用的“激波捕获法”不可能得到清晰的激波形状,到目前为止也很少见到用激波拟合法快速而有效地计算栅前激波的形状。早在 1949 年,文献 [2] 针对平面(或轴对称)的超声均匀来流中的钝头体,假定脱体激波形状为双曲线,作了近似计算,这就是所谓 Moeckel 模型。在以后直到最近几年,许多关于超跨声速叶栅流计算的文献,都直接采用了这个模型或者在这个模型的基础上,作了一些改进使之更适合于叶栅流的计算,例如文献 [3]、[4]、[5]、[6]。文献 [4] 是在平面叶栅的情况下,在叶片头缘附近采用一小段 Moeckel 模型,以后在超声流场中伸展计算,其基本思想是伸展计算的曲激波形状必须满足超声流场中特征线上的相容关系和斜激波关系。这种方法考虑到叶栅流的不均匀情况,理论推导比较严密,在算出脱体曲激波形状的同时,还可求得超声流场和确定唯一攻角。回转面叶栅具有更为普遍的实用意义,从平面推广到回转面,基本方程的具体形式有很大的不同,特征线上要满足的相容关系要复杂的多,计算公式中要考虑的因素也就更多。本文在这方面作了较为深入的研究并建立了相应的分析计算方法。

二、任意回转面坐标下的特征线方程和特征相容关系

1. 基本方程 假设相对流动是稳定的, 气体是无粘性的完全气体, 流动又是绝热的, 则气流流动遵循下列基本方程:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{W}) = 0 \quad (1)$$

$$-\mathbf{W} \times (\nabla \times \mathbf{V}) - \omega \mathbf{r} + 1/2 \nabla \mathbf{W}^2 = -\nabla p / \rho \quad (2)$$

$$\mathbf{W} \cdot \nabla p - a^2 \mathbf{W} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (3)$$

其中 $\mathbf{W}$ 是气流相对速度, $\mathbf{V}$ 是绝对速度。在 (1)、(2)、(3) 三个方程中, 有三个未知数 p , ρ 和 $\mathbf{W}$ (其 $a^2 = \kappa p / \rho$), 方程组是封闭的。

2. 回转面坐标下的偏微分方程组 在流面是回转面的情况下, 取回转面坐标 (l, φ) , 方程 (1)、(2)、(3) 可化成下面的一阶拟线性偏微分方程组:

$$A \partial U / \partial l + B \partial U / \partial \varphi = D \quad (4)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} W_r \\ W_\varphi \\ p \\ \rho \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} (w_r^2/r + 2\omega w_\varphi + \omega^2 r) \sin \sigma \\ -(w_r w_\varphi / r + 2\omega w_r) \sin \sigma \\ -\rho W_r (\tau r) / \partial l \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} w_r & 0 & 0 & 1/\rho \\ 0 & w_\varphi & 0 & 0 \\ \rho \tau r & 0 & \tau w_r & 0 \\ 0 & 0 & w_r & -w_r/a^2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} w_\varphi/r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_r/r & 0 & 1/\rho \\ 0 & \rho \tau & \tau w_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & w_\varphi/r & -w_\varphi/a^2 \end{bmatrix}$$

以上各式中 W_r , W_φ 是 $\mathbf{W}$ 在 l, φ 方向上的分量, τ 是 S_l 回转流面流片厚度, σ 是回转面母线 $\vec{l}$ 与转轴夹角, a 是音速。

3. 特征线方程和特征相容关系 方程组 (4) 的两族特征线为:

$$(rd\varphi/dl)_{1,2} = \tan(\beta \mp \mu) \quad (5)$$

上式中 β 是气流方向与 $\vec{l}$ 的夹角, μ 是马赫角。

对应于特征线方程 (5) 的特征相容关系为:

$$\begin{aligned} & \tan \mu d\beta \pm dw/w \mp dl/w^2 \pm \sin^2 \mu / \kappa d(S/R) \mp \sin^2 \mu \cos \beta / (\cos \mu \cos(\beta \mp \mu)) d\tau/\tau \\ & \mp [\cos \beta / (r \cos \mu \cos(\beta \mp \mu)) (\sin^2 \mu + \omega^2 r / w^2) \mp \sin \mu / w \cos(\beta \mp \mu) \\ & (W \cos \beta / r + 2\omega)] dr = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

这就是回转面上气流沿特征线必须满足的微分关系式 (即特征相容关系)。对平面情况, $dr = 0$, $d\tau = 0$, 且一般有 $dl = 0$, 则式 (6) 简化为

$$\tan \mu d\beta \pm dw/w \pm \sin^2 \mu / \kappa d(S/R) = 0 \quad (7)$$

以上各式中 S 是熵, R 是气体常数, κ 是比热比, l 是相对洲止转子焓, $l = C_p T + (W^2 - \omega^2 r^2) / 2$ 。

三、求解方法

如果栅前曲激波上、下游流场是超声流场, 并且曲激波上游流场是给定的。若已知过曲激波后某点的一条特征线, 即“起始计算线”的形状和其上的流动参数 (图 2 中的 FH 线), 则此曲激波可以在回转面上一段一段地逐步进行伸展计算。计算的单元过程是这样的: 如图 3

所示,若已知曲激波微元段二个端点 C 、 B 的座标和位于过 B 点的第 I 族特征线上的 p 点座标和气动参数,则过 p 点作第 II 族特征线后,可将曲激波段 CB 伸展到 A 点。这是因为 p 点和 A 点的参数必须满足第 II 族特征线上的相容关系,在 A 点的激波前后的参数必须满足斜激波关系,根据这两个关系我们可以唯一地确定 A 点的座标,重复这个单元过程,可将曲激波逐段往上伸展。在计算曲激波后的超声流场时,按一般特征线的计算方法进行。

整个求解过程也就是特征线网格的编织过程,具体计算步骤如下:

1. 输入由 S_2 计算给出的回转面形状、流片厚度的变化规律,叶栅几何参数以及 w 、 β 、 S 的初值。

2. 把叶片头缘附近一小段回转面视为锥面展开,在此展开面上按 Moeckel 换型^[2]决定叶片头缘附近一小段脱体曲激波形状,求得此段曲激波后音速点 S 的位置(见图 2)。然后靠近 S 点的上方取 F 点,按文献[3]中的方法决定计算起始 FH 上各点(例如图 2 中的点 1, 2, 3)的位置和参数。

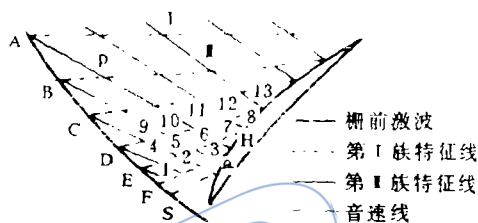


图 2 特征线网的编织

3. 按上面所述的单元计算过程将曲激波在回转面上一段一段地往上伸展:由点 S 、 F 和 1 可将激波伸展到 B 点,由点 B 和 2 作异族特征线相交于点 4,按特征线法可求得点 4 的位置和其上的参数,再依次求点 5, 6, 7, 8 的位置和参数。然后再由点 F 、 E 和 4 将曲激波伸展到 D 。照此继续下去,可将曲激波伸展到 C 、 B 、 A 等等。此特征线理论的初值定理,在曲激波以后、计算起始线 FH 和叶片表面 HV 上方的整个超声流场就可求得。

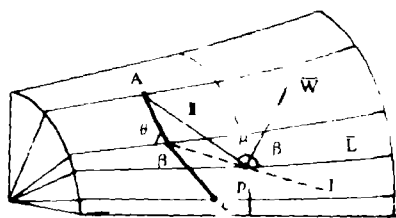


图 3 曲激波伸展计算的单元过程

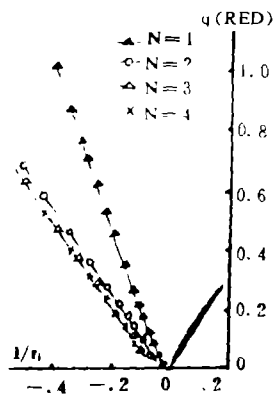


图 4 伸展激波形状之周期条件的满足

4. 在第一个叶片算得的超声流场中沿周向计算第二个叶片,重复第 2~3 步。计算第一个叶片时,曲激波前的流场视为均匀;计算第二个叶片时,是利用第一个叶片曲激波后超声流场的计算结果,用插值方法得到波前相应点的参数。这样沿周向一个叶片一个叶片往上计算,直到相邻二个叶片计算得到的曲激波形状相同为止,此时周期条件得到满足。实际计算表明:只需沿周向往上计算 3~4 个叶片,周期条件已能较好地满足了,如对 DFVLR 截面的计算,第 4 个与第 3 个叶片的伸展激波形状已基本重合(见图 4 所示)。

5. 唯一攻角的计算。当周期条件满足后就可计算唯一攻角, 计算方法见文献 [3]。

四、计算结果

本文的具体算例是西德 DFVLR 的跨声速轴流式单级实验压气机的转子, 气流沿叶根到叶尖的相对 Ma 数大约是 0.8~1.4 左右。DFVLR 用双焦点激光测速仪对这台压气机在各种工况下进行了测量, 并用准三元迭代计算结果与该实验结果进行了对比^[7]。

本文计算中所需要的回转面型线和流片厚度取自文献[8]的 S_2 流面计算结果。本文计算了进口相对速度为超声速的三个截面, 即 DFVLR5 截面、7 截面、9 截面, 这三个截面的几何位置大致与文献[7]中的 45% R^* 、68% R^* 、89% R^* 的三个截面相当。这里 $R^* = (R - R_{\text{叶根}}) / (R_{\text{叶尖}} - R_{\text{叶根}})$ 是叶片积迭点处的无量纲半径。本文计算得到的各截面上的超声进口区流谱, 即伸展激波形状和等 Ma 线分布表示在图 5 中, 并与文献[7]的计算结果和实验结果作了对比。一般认为, 激波捕获法把气流参数通过激波时的间断“抹平”了, 与流场其它地方相比, 激波处气流参数的变化只不过显得比较剧烈一些。所以等 Ma 线集中的地方可以认为是激波位置 (及过来也可以认为激波位置是等 Ma 线集中的地方)。由图 5 可以看到, 文献[7]用激波捕获法算出的激波形状是模糊不清的; 同样, 用激光测量的实验结果, 可能是由于测点布置有限及

其它种种原因也不可能得到清晰的激波形状。为了对比起见, 把本文计算得到的栅前弓形激波看作是等 Ma 线集中的地方, 在图 5 中用虚线表示 (由于本文所述方法不能算得通道激波形状, 所以通道激波形状的虚线是假定的), 粗略的对比可以看出, 等 Ma 线分布的基本轮廓是相似的, 特别是相应的等 Ma 线位置大致是相同的。

叶片表面的压力分布表示在图 6 中。图中 B 为叶片弦长在 $\vec{i}$ 方向的投影, p_w 为进口相对

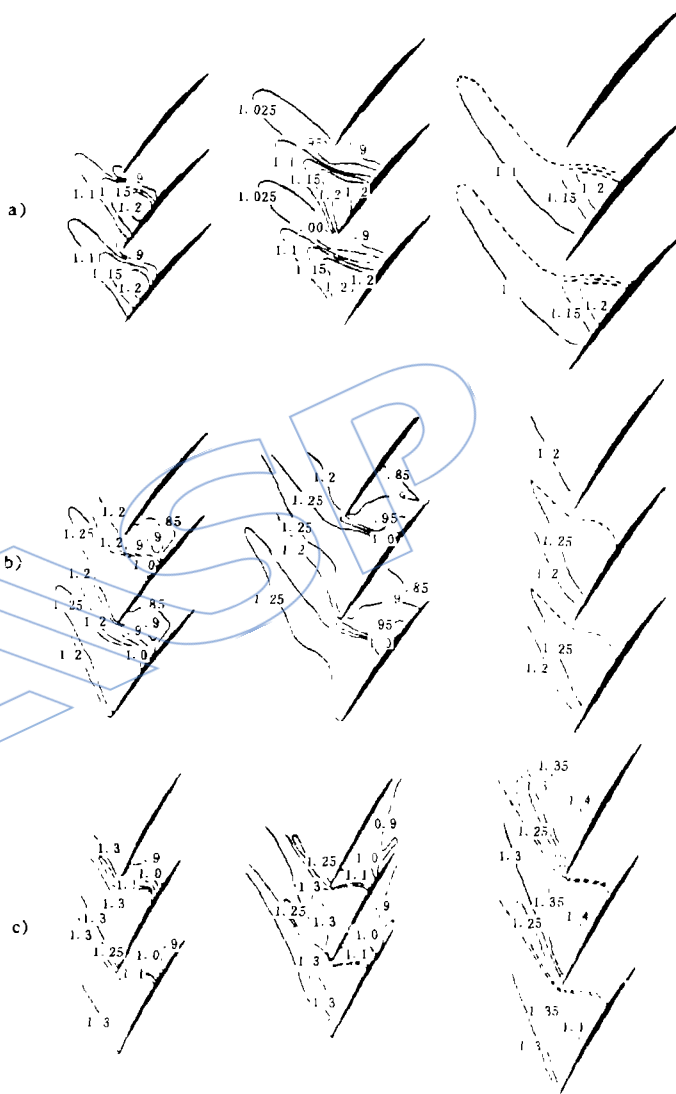


图 5 等 Ma 线的计算和实验结果的对比 a. DFVLR5 截面 (45% R^*)
b. DFVLR7 截面 (68% R^*) c. DFVLR9 截面 (89% R^*)

总压。本文只能计算叶片表面的超声部分。与实验结果对比是基本符合的,但对 7, 9 截面的计算结果偏低,而对 5 截面的计算结果偏高。这可能是由于本文计算中所用的由文献[8]提供的 S_1 回转流面的形状和流片厚度不是 S_1/S_2 迭代计算收敛的最后结果。

本文计算得到的相应于文献[8]提供的进口 Ma 数的唯一攻角列于表 1。

表 1 唯一攻角计算值

截 面	Ma_1	β_1
DFVLR 5	1.083	59.32°
DFVLR 7	1.171	64.40°
DFVLR 9	1.305	65.93°

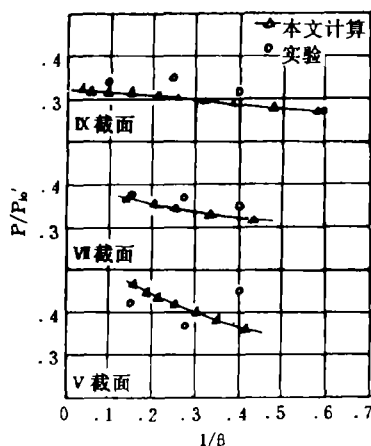


图 6 叶片表面(超声部分)的压力分布

参 考 文 献

- [1] 吴仲华、吴文权、华耀南、王保国,“给定激波模型的叶栅跨声速流的计算”,工程热物理学报,Vol. 5, No. 3, 1984.
- [2] W. E. Moeckel, “Approximate Method for Predicting Form and Location of Detached Shock Wave Ahead of Plane or Axially Symmetric Bodies”, NACA TN 1921, 1949.
- [3] 刘翠娥、吴文权,“任意回转面叶栅超声速进口流场特征线计算机程序和唯一进气角的确定”,工程热物理学报, Vol. 1, No. 3, 1980.
- [4] R. E. York & H. S. Woodard, “How in the Entrance Region of Supersonic Compressor Cascade”, DDA, EDR 8224, Find Report, 1974.
- [5] K. D. Broichhausen & H. E. Gallus, “Theoretical and Experimental Analysis of the Flow Through Supersonic Compressor Stages”, AIAA paper-81-0067.
- [6] A. M. Cargill, “Shock Wave Ahead of a Fan with Nonuniform Blades”, AIAA Journal, Vol. 21, No. 4, 1983.
- [7] P. W. McDonald et al, “A Comparison between Measured and Computed Flow Fields in a Transonic Compressor Rotor”, Transactions of the ASME, J. of Engineering for Power, Vol. 102, No. 4, 1980.
- [8] Li Panming & Wu ChungHua, “Computation of Potential Flow on S_2 Stream Surface for a Transonic Axial-Flow Compressor Rotor”, ASME paper 84-GT-30, 1984.

STATISTICAL FAILURE PREDICTION MODELS FOR STRUCTURAL CERAMICS

Yang Xiaoguang and Xiong Changbing

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

ABSTRACT The Weibull/PIA (Principle of Independent Action) and Batdorf models are applied to statistical analysis of fracture strength of structural ceramic components with crack in body under multiaxial stresses. As an example, the probability of failure distributions for H. P. Silicon Nitride disk fracture strength under high speed rotation has been estimated numerically with a finite element method on the basis of the model parameters obtained from 3— point bending experiments of H. P. Silicon Nitride, and compared with experimental data available from literature. The results indicate the considerable superiority of the Batdorf model over the Weibull/PIA model in accuracy and confirm the non-conservative nature of the latter.

A MULTI-OBJECTIVE OPTIMUM DESIGN METHOD FOR A RADIAL-AXIAL FLOW TURBINE WITH THE OPTIMUM CRITERIA OF BLADE TWIST AT OUTLET OF BLADES

Chen Lingen (Naval Academy of Engineering)

ABSTRACT This paper provides a multi-objective optimum design method for a radial-axial flow turbine stage. The method takes the parameters in mean radius, i. e. $\alpha_1, \beta_2, \mu, \bar{u}_1, m = (u_2 / u_1) \cos \beta_2$, and the criteria of blade twist at the outlet of the blades as design variables, and selects the internal efficiency in the design conditions and the total weight of the turbine stage as objective functions. The model presented is a nonlinear multi-objective programming problem of two objective functions with 29 constrained functions and 6 variables. The mathematical model for optimization and some analytical results of single- and multi-objective optimization for a variety of twisted blades are also presented in this paper. The numerical results demonstrate the validity and effectiveness of the method.

COMPUTATION OF THE DETACHED SHOCK SHAPE IN A SUPERSONIC OR TRANSONIC CASCADE

Hua Yaonan (Institute of Engineering thermophysics)

ABSTRACT A method is presented for determining the shape of the detached shock and the flowfield in the supersonic entrance region on an arbitrary stream surface of revolution. The equation of characteristics and the corresponding equation of compatibility are derived. The shape of the detached shock obtained is taken as the initial-value curve to calculate the flowfield in the supersonic entrance region by means of the method of characteristics. As an application of the present method, three stream surface of revolution in a transonic compressor rotor have been calculated. The results show that the method is effective and useful to determine rapidly the shape of the detached shock wave as well as the flowfield parameters in the supersonic entrance region, including the unique incidence angle in a supersonic or transonic compressor blade row.